Lycée Pilote Monastir	Calcul dans IR	
2 ème Sciences	2023-2024	

Exercice 1

Soient a et b 2 réels tels que a b= 5

1)a) Montrer que $a^2 + b^2 \geq 10$

b) Montrer que $|a + b| \geq 2\sqrt{5}$

2) Soient $a = \sqrt{6 + \sqrt{11}}$ et $b = \sqrt{6 - \sqrt{11}}$

On pose $X = a + b$ et $Y = a - b$

a)Calculer X^2et Y^2, en déduire les valeurs de X et Y

b) Donner alors une écriture plus simple de a et b

Exercice 2

Soit n un entier naturel.

1) Comparer $\frac{n}{n+1}$ et $\frac{n+1}{n+2}$

2)En déduire la comparaison des réels

$X = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \cdots\cdots\cdots \times \frac{47}{48}$ et

$Y = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \cdots\cdots\cdots \times \frac{48}{49}$

3) Calculer X Y, en déduire que $\frac{1}{7} \in \,]X, Y[$

Exercice 3

Soit x, y, z et t , quatre réels telque $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = xy + yz + zt + tx$

1)Montrer que $(x - y)^2 + (z - t)^2 = (y - t)(z - x)$

2)Factoriser de même l'expression : $(x - t)^2 + (y - z)^2$

Déduire alors $x = y = z = t$

Exercice 4

1)Comparer $1 + \sqrt{5}$ et $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$

2)a) Soient a et b deux réels positifs. Montrer que $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

b)En déduire que pour tous a, b et c réels positifs, on a : $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8\,abc$

Exercice 5

Soit a un réel telque $a + \frac{1}{a}$ soit un entier

1)On suppose que $a + \frac{1}{a} = 3$

Calculer $a^2 + \frac{1}{a^2}$ *et* $a^3 + \frac{1}{a^3}$

2)On suppose que $a^3 + \frac{1}{a^3} = 110$

Calculer $a + \frac{1}{a}$

Exercice 6

Déterminer tous les entiers naturels x et y tels que $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$